



TITLE:

2倍4倍周期の共存する $S=1/2$  1次元  
ハイゼンベルグモデルの磁化プラ  
トー(基礎物理学研究所短期研究会  
「量子効果が顕著な役割を果たす  
磁性現象の新展開」,研究会報告)

AUTHOR(S):

陳, 偉; 飛田, 和男; 中野, 博生

---

CITATION:

陳, 偉 ...[et al]. 2倍4倍周期の共存する $S=1/2$  1次元ハイゼンベルグモデルの磁化プラトー  
(基礎物理学研究所短期研究会「量子効果が顕著な役割を果たす磁性現象の新展開」,研  
究会報告). 物性研究 1999, 72(6): 829-831

ISSUE DATE:

1999-09-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/96685>

RIGHT:

## 2 倍 4 倍周期の共存する $S=1/2$ 1 次元ハイゼンベルグモデルの磁化プラトー

埼玉大学 理学部 陳 偉<sup>1</sup> 飛田 和男  
東京大学 物性研究所 中野 博生

最近、空間構造を持つ 1 次元  $S = 1/2$  量子ハイゼンベルグモデルの基底状態と磁化プラトーについて、理論と実験の両面からよく研究されている [1, 2]。ここでは、特に、2 倍 4 倍周期が共存する  $S = 1/2$  ハイゼンベルグモデルとして

$$\mathcal{H} = j \sum_{l=1}^{2N} \mathbf{S}_{2l-1} \mathbf{S}_{2l} + \sum_{l=1}^{2N} (1 + (-1)^{l-1} \delta) \mathbf{S}_{2l} \mathbf{S}_{2l+1} - g\mu_B H \sum_{l=1}^{4N} S_l^z, \quad (1)$$

を考える。ここで  $1-j$  は 2 倍周期を表し ( $-\infty \leq j \leq \infty$ )、 $\delta$  は 4 倍周期を表している ( $-1 \leq \delta \leq 1$ )、また  $H$ 、 $g$ 、 $\mu_B$  はそれぞれ磁場、 $g$  因子、ボーア磁子である。ここでは、 $g\mu_B = 1$  と置く。

このモデルでは、押川らのプラトーの必要条件 [2] によると飽和磁化の半分  $m^z = 1/4$  の所で磁化プラトーが存在する可能性がある (磁化は  $m^z = \frac{1}{4N} \sum_{l=1}^{4N} S_l^z$  で定義する)。従って、このモデルの磁化曲線の概略は図 1 のようになる。 $m^z = 1/4$  の時、磁化プラトーの位置を厳密数値対角化で計算すると図 2 のようになる、 $H_{c0}$  は  $M^z = 0$  ( $M^z = \sum_{l=1}^{4N} S_l^z$ ) の状態のエネルギーギャップであり  $4N = 8, 12, 16, 20, 24$  から Shanks 変換で外挿したものである。 $H_{c1}$  と  $H_{c2}$  はそれぞれは  $M^z = N$  と  $M^z = N-1$ 、及び  $M^z = N+1$  と  $M^z = N$  の間の最低エネルギーの差であり  $4N = 12, 16, 20, 24, 28$  からの外挿値である。実線は飽和磁場の解析的な結果である。

図 2 から、 $\delta$  が 0 以外では必ず磁化プラトーが存在すると考えられる。また、 $j > 0$  と  $j < 0$  の時、磁化プラトーの幅の出方が違い、磁化プラトーの幅  $\Delta H = H_{c2} - H_{c1} \propto \delta^\nu$  で定義される臨界指数  $\nu$  も違うと考えられる。

そこで  $\delta = 0$  を転移点として、共形場理論を用いて臨界指数  $\nu$  を調べてみた。 $\delta = 0$  でセントラルチャージ  $c$  を計算するとほぼ 1 になるので、このモデルは  $c = 1$  のガウシアンモデルによって記述する事ができると期待される。ガウシアンモデルのハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_G = \frac{1}{2\pi} \int dx [v_s K (\pi \Pi)^2 + \frac{v_s}{K} (\frac{\partial \phi}{\partial x})^2] \quad (2)$$

である。演算子  $O_n$  の有限サイズでのスケーリング次元  $x_n$  は

$$x_n(N) = \frac{2N}{2\pi v_s} [E_n(N, M^z) - E_g(N, M^z)]. \quad (3)$$

<sup>1</sup> E-mail: chenwei@iron.ged.saitama-u.ac.jp

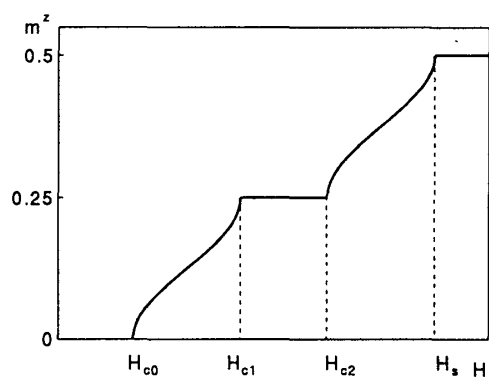


図 1:  $H_{c0}$ は立ち上がり磁場、 $H_{c1}$ と $H_{c2}$ の間は磁化プラトー、 $H_s$ は飽和磁場。

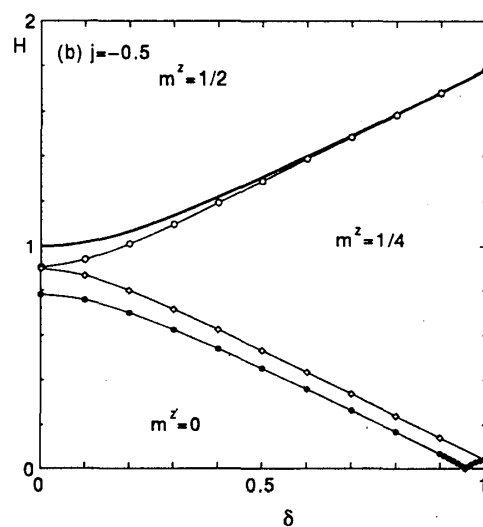
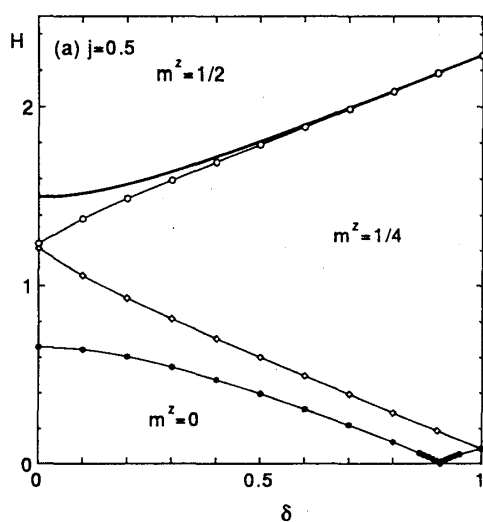


図 2: 臨界磁場の $\delta$ 依存性。  $H_{c0}$ 、 $H_{c1}$ 、 $H_{c2}$ と $H_s$ はそれぞれ●、◇、○と実線。(a) $j = 0.5$ 、(b) $j = -0.5$ 。

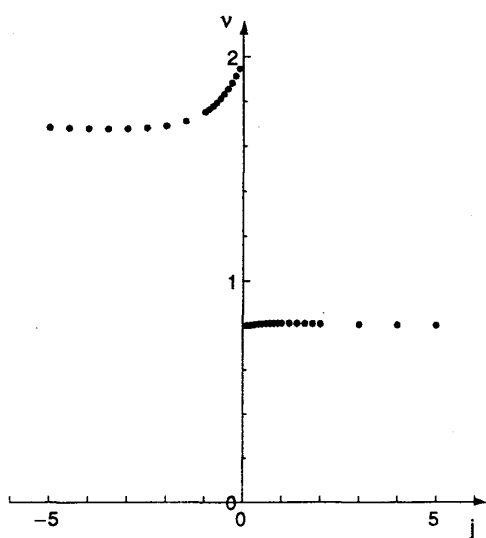


図 3: 臨界指数 $\nu$ の $j$ 依存性。

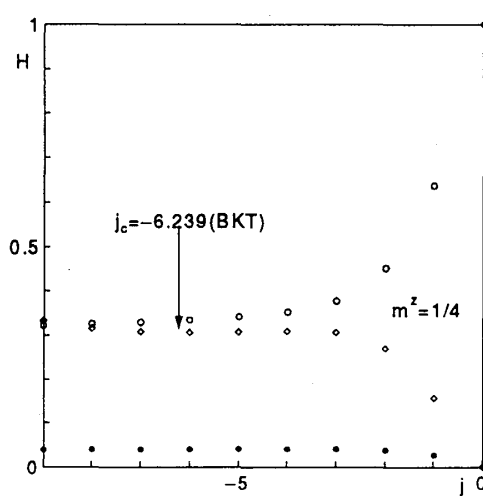


図 4:  $H_{c0}$ 、 $H_{c1}$ と $H_{c2}$ はそれぞれ●、◇と○、 $j_c \simeq -6.239$ 。

である。ここで  $v_s$  はスピン波の速度、 $E_g(N, M^z)$  は基底エネルギー、 $E_n(N, M^z)$  は演算子  $O_n$  によって生成される励起状態の固有エネルギーである。特に演算子  $O_1 = \cos\sqrt{2}\phi$  と  $O_2 = \sin\sqrt{2}\phi$  のスケーリング次元  $x_1, x_2$  は  $K/2$  となり、 $N$  依存性になるべく小さくなるように  $x_1 + x_2$  を  $N \rightarrow \infty$  に外挿し [3]、 $K$  が得られる。 $\delta \neq 0$  の場合、モデル (1) は

$$\mathcal{H}_{\text{SG}} = \frac{1}{2\pi} \int dx \left[ v_s K (\pi \Pi)^2 + \frac{v_s}{K} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{y_1 v_s}{2\pi a^2} \int dx \cos \sqrt{2}\phi, \quad (4)$$

の sine-Gordon モデルで記述ができ、 $\delta$  の効果は第 3 項に入っている。この項のスケーリング次元が  $x_1$  である事と繰り込み群の議論から臨界指数  $\nu$  は

$$\nu = \frac{1}{2 - x_1} = \frac{1}{2 - \frac{K}{2}}. \quad (5)$$

と考えられる。結果は図 3 のように、 $j$  が正の時、臨界指数  $\nu$  はほぼ  $4/5$  で、あまり変化しない。この時基底状態エネルギー利得は  $\delta^{2\nu}$  に比例し、格子の歪みエネルギーは  $\delta^2$  に比例するので、磁場誘起スピンパイエルス転移の可能性がある。 $j$  が負の時、臨界指数  $\nu$  は  $j$  が減少すると共に 2 から減少するが、 $\nu > 1$  にとどまる。従ってこのとき磁場誘起スピンパイエルス転移の可能性はない。 $j = 0$  の時は  $\nu = 1$  であり、この点で  $\nu$  の不連続性がある。

さらに相互作用が強磁性・強磁性・強磁性・反強磁性と変化する場合は調べる。ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = j \sum_{l=1}^N (S_{4l} S_{4l+1} + S_{4l+1} S_{4l+2} + S_{4l+2} S_{4l+3}) + \sum_{l=1}^N S_{4l+3} S_{4l+4} - H \sum_{l=1}^{4N} S_l^z \quad (6)$$

である。具体的に  $4N = 8, 16, 24$  で厳密対角化を用いて  $m^z = 1/4$  の所の磁化プラトーを計算したところ、結果は図 4 のようになった。この図からプラトーが消えるかどうかは分からないが、消えるとすれば BKT 転移となることが期待される。ここで野村・北沢の twisted boundary condition の方法 [4, 5] を用いると  $j \simeq -6.239$  でプラトー・非プラトー転移がおきることが分かった。

本研究には西森秀稔先生の TITPACK version 2 のプログラムと東京大学物性研究所の FACOM VPP500 を使わせていただきました。また岡本清美先生には有益な議論をして頂きました。ここに感謝いたします。

## 参考文献

- [1] W. Chen, K. Hida and H. Nakano: J. Phys. Soc. Jpn. **68** (1999) 625. 及びその参考文献。
- [2] M. Oshikawa, M. Yamanaka, I. Affleck: Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 1984.
- [3] A. Kitazawa and K. Nomura: J. Phys. Soc. Jpn. **66** (1997) 3944.
- [4] K. Nomura and A. Kitazawa: J. Phys. A: Math. Gen. **31** (1998) 7341.
- [5] K. Okamoto and A. Kitazawa: cond-mat/9809138.